

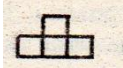
## Математическая олимпиада «Юные дарования»

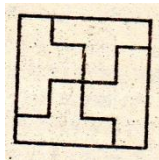
6 класс

14.04.2018

1. Женщина собрала в саду яблоки. Чтобы выйти из сада, ей пришлось пройти через 4 двери, каждую из которых охранял свирепый стражник, отбиравший половину яблок. Домой она принесла 10 яблок. Сколько яблок досталось стражникам?

Ответ: стражникам досталось 150 яблок

2. Сложите из 16 фигурок вида  (каждая клетка со стороной 1 см) квадрат со стороной 8 см.



Решение:

3. Вычислите  $\frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90}$

Решение:

$$\frac{1}{20} = \frac{1}{4 \cdot 5} = \frac{5-4}{4 \cdot 5} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5}, \text{аналогично } \frac{1}{30} = \frac{1}{5 \cdot 6} = \frac{1}{5} - \frac{1}{6} \dots \dots \dots \text{Тогда } \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots \frac{1}{9} - \frac{1}{10} = \frac{1}{4} - \frac{1}{10} = \frac{5-2}{20} = \frac{3}{20}$$

4. Три брата Федор, Илья, Евгений ходят в бассейн. Федор ходит в бассейн через 2 дня, Илья – через 3 дня, а Евгений через 5 дней. В четверг они вместе ходили в бассейн. Через сколько дней и в какой день недели они вновь вместе пойдут в бассейн?

Решение: Федор ходит в бассейн через 2 дня (один раз в 3 дня); Илья – через 3 дня (один раз в 4 дня); Евгений через 5 дней (один раз в 6 дней). Найдем НОК(3, 4, 6)=12, значит каждый 12-й день мальчики будут ходить в бассейн. Подсчитаем, что 12 днем от четверга является вторник.

5. Сколько раз в сутки минутная и часовая стрелки часов перпендикулярны друг другу?

Решение. За 12 часов минутная стрелка сделает 12 полных оборотов, а часовая – 1 оборот. Следовательно, минутная стрелка относительно часовой сделает за 12 часов 11 оборотов. За 1 оборот относительно часовой стрелки

минутная стрелка становится перпендикулярной ей два раза, за 12 часов – 22 раза, за 24 часов – 44 раза.

Ответ: 44

6. На столе лежат 7 шариков. Двое играющих берут по очереди 1, 2 или 3 шарика. Проигрывает тот, кто вынужден взять последний шарик. Как должен играть начинающий, чтобы не проиграть?

### Решение

Решение представим в виде таблицы:

0	1	2	3	4	5	6	7
	-	+	+	+	-	+	+

Числа в верхней строке обозначают число шариков на столе. Если на столе остался один шарик, то игрок, чья очередь сделать ход, проигрывает (он вынужден взять этот последний шар). Таким образом, эта позиция проигрышная, ставим знак «-». Если же на столе лежат 2 шарика, то игрок, чья очередь сделать ход, выигрывает (игрок берет 1 шарик и тогда второй игрок будет в проигрышной ситуации). Аналогично, в клетку под цифрой 2 ставим знак «+». Знаки «+» надо также ставить под цифрами 3 и 4. Рассмотрим далее случай, когда на столе лежат 5 шариков. Эта позиция уже проигрышная. В самом деле, если первый игрок берет 1 шарик, то второй игрок берет 3 шарика и на столе останется 1 шарик. Если первый игрок берет 2 шарика, то второй тоже берет 2 шарика, а если первый берет 3 шарика, то второй игрок берет 1 шарик. В любом случае на столе будет 1 шарик, а это проигрышная позиция (ставим знак «-»). Далее ясно, что над цифрами 6 и 7 надо ставить знак «+». Теперь понятно, как надо играть первому игроку, чтобы выиграть. Первым ходом он берет 2 шарика.