

**Городская физико-математическая олимпиада «Юные дарования»,
15 апреля 2017 года. 5 класс**

1. Фабрика по производству шоколадных конфет в каждую коробку конфет вкладывает талон. За 10 накопленных талонов покупателю бесплатно выдается коробка конфет. Какую часть стоимости конфет стоит один талон?
2. Антоше подарили весы, и он начал взвешивать игрушки. Машину уравнивали мяч и 2 кубика, а машину с кубиком – 2 мяча. Сколько кубиков уравнивают машину?
3. Два ученика 5-го класса участвовали в конкурсе лучшего знатока литературы. Конкурс состоял из 12 заданий. За победу в одном задании ученик получает 3 балла, за ничью – 2 балла, за поражение – 1 балл. Один из учеников набрал 27 баллов. Стал ли он победителем?
4. Бидон емкостью 10 литров наполнен молоком. Требуется перелить из этого бидона 5 литров в семилитровый бидон, используя при этом еще один бидон, вмещающий 3 литра. Как это сделать?
5. В 5-м классе учатся 40 человек. Из них по русскому языку имеют «тройки» 19 учеников, по математике – 17 учеников и по истории – 22 ученика. Только по русскому языку имеют «тройки» 4 ученика, только по математике – 4 ученика, только по истории – 11 учеников. 7 учеников имеют «тройки» и по математике, и по истории, а 5 учеников имеют «тройки» по всем предметам. Сколько человек в классе учатся без «троек»?



**Городская физико-математическая олимпиада «Юные дарования»,
15 апреля 2017 года. 6 класс**

1. Десятерым животным – собакам и кошкам – скормили 56 галет. Каждой собаке досталось 6 галет, каждой кошке 5 галет. Сколько было собак и сколько кошек?
2. Хозяин обещал работнику за 30 дней 9 рублей и кафтан. Через 3 дня работник уволился и получил кафтан. Сколько стоит кафтан?
3. В 6-м классе учатся 40 человек. Из них по русскому языку имеют «тройки» 19 учеников, по математике – 17 учеников и по истории – 22 ученика. Только по русскому языку имеют «тройки» 4 ученика, только по математике – 4 ученика, только по истории – 11 учеников. 7 учеников имеют «тройки» и по математике, и по истории, а 5 учеников имеют «тройки» по всем предметам. Сколько человек в классе учатся без «троек»?
4. Двое по очереди ломают шоколадку 6×8 . За ход разрешается сделать прямолинейный разлом любого из кусков вдоль углубления. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто выиграет при правильной игре?
5. В конференции участвовало 100 человек – химики и алхимики. Каждому был задан вопрос: «Если не считать Вас, то кого больше среди остальных участников – химиков или алхимиков?». Когда опросили 51 участника, и все ответили, что алхимиков больше, опрос прервался. Алхимики всегда лгут, а химики всегда говорят правду. Сколько химиков среди участников?



Городская физико-математическая олимпиада «Юные дарования»,

15 апреля 2017 года. 5 класс. Решения

1. Фабрика по производству шоколадных конфет в каждую коробку конфет вкладывает талон. За 10 накопленных талонов покупателю бесплатно выдается коробка конфет. Какую часть стоимости конфет стоит один талон?

Решение: Девятая часть стоимости конфет. Так как за 10 талонов дают коробку конфет, в которой имеется талон, то в действительности коробка конфет выдается за 9 талонов

2. Антоше подарили весы, и он начал взвешивать игрушки. Машину уравнивали мяч и 2 кубика, а машину с кубиком – 2 мяча. Сколько кубиков уравнивают машину?

Решение: 5 кубиков. $2 \text{ мяча} + \text{маш} = \text{куб} + 2 \text{ мяча}$, тогда $\text{маш} = \text{куб}$. Тогда $\text{маш} + \text{куб} = 2 \text{ мяча}$, $2 \text{ мяча} = 2 \text{ куба}$, $\text{маш} = \text{куб}$. Машина = мяч + 2 куб = 5 куб

3. Два ученика 5-го класса участвовали в конкурсе лучшего знатока литературы. Конкурс состоял из 12 заданий. За победу в одном задании ученик получает 3 балла, за ничью – 2 балла, за поражение – 1 балл. Один из учеников набрал 27 баллов. Стал ли он победителем?

Решение: Если один из учеников выиграл, то он получает 3 балла, а проигравший – 1 балл. За ничью оба получают по 2 балла. Таким образом, за каждое задание дается 4 балла, которые распределяются каким-то образом между учениками. За 12 заданий дается $12 \cdot 4 = 48$ баллов. Поэтому, если один из учеников набрал 27 баллов, то второй ученик набрал $48 - 27 = 21$ балл

4. Бидон емкостью 10 литров наполнен молоком. Требуется перелить из этого бидона 5 литров в семирлитровый бидон, используя при этом еще один бидон, вмещающий 3 литра. Как это сделать?

Решение. Решение данной задачи будем искать с помощью таблицы. Пусть в начальный момент в 10-ти литровом бидоне – 10 литров молока, а в других по 0 литров. Перельем 7 литров молока в семирлитровый бидон, в 10-ти литровом останется только 3 литра. Затем, из 7-ми литрового бидона перельем 3 литра в 3-х литровый бидон. Тогда будет:

10 л	10	3	3						
7 л	0	7	4						
3 л	0	0	3						

Потом из 3-х литрового бидона перельем 3 литра обратно в 10-ти литровый бидон. Далее, из 7-ми литрового бидона перельем 3 литра в 3-х литровый бидон, в 7-ми литровом бидоне останется 1 литр молока. Продолжая аналогичные рассуждения, получим нужное количество воды.

10 л	10	3	3	6	6	9	9	2	2
7 л	0	7	4	4	1	1	0	7	5
3 л	0	0	3	0	3	0	1	1	3

5. В 5-м классе учатся 40 человек. Из них по русскому языку имеют «тройки» 19 учеников, по математике – 17 учеников и по истории – 22 ученика. Только по русскому языку имеют «тройки» 4 ученика, только по математике – 4 ученика, только по истории – 11 учеников. 7 учеников имеют «тройки» и по математике, и по истории, а 5 учеников имеют «тройки» по всем предметам. Сколько человек в классе учатся без «троек»?

Решение. Воспользуемся кругами Эйлера. Внутри прямоугольника, изображающего всех учеников класса, поместим три меньших круга М, Р и И, изображающих учеников, имеющих «тройки» по математике, по русскому языку и по истории соответственно. (Рисунок 2).

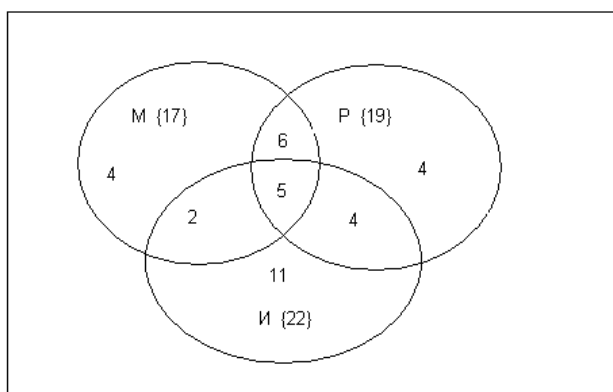


Рисунок 2

Расставим, согласно условию задач, числа в соответствующих частях. Дальнейшие расчеты не представляют труда. Так как число ребят, имеющих «тройки» по математике и истории, равно 7, то число учеников, имеющих только две «тройки» - по математике и по истории, равно $7 - 5 = 2$. Тогда $17 - 4 - 5 - 2 = 6$ учеников имеют только две «тройки» - по математике и по русскому языку, а $22 - 5 - 2 - 11 = 4$ ученика только две «тройки» - по истории и по русскому языку. В этом случае без «троек» учится $40 - 22 - 4 - 6 - 4 = 4$.

Городская физико-математическая олимпиада «Юные дарования»,

15 апреля 2017 года. 6 класс. Решения

1. Десятерым животным – собакам и кошкам – скормили 56 галет. Каждой собаке досталось 6 галет, каждой кошке 5 галет. Сколько было собак и сколько кошек?

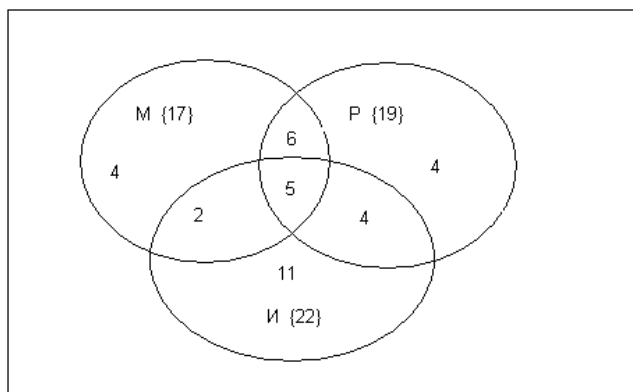
Ответ: 6 собак, 4 кошки

2. Хозяин обещал работнику за 30 дней 9 рублей и кафтан. Через 3 дня работник уволился и получил кафтан. Сколько стоит кафтан?

Решение: Из условия ясно, что за кафтан надо было отработать 3 дня. Поэтому девять рублей хозяин должен заплатить за 27 дней работы. Тогда 3 дня работы стоит 1 рубль и цена кафтана 1 рубль.

3. В 6-м классе учатся 40 человек. Из них по русскому языку имеют «тройки» 19 учеников, по математике – 17 учеников и по истории – 22 ученика. Только по русскому языку имеют «тройки» 4 ученика, только по математике – 4 ученика, только по истории – 11 учеников. 7 учеников имеют «тройки» и по математике, и по истории, а 5 учеников имеют «тройки» по всем предметам. Сколько человек в классе учатся без «троек»?

Решение: Воспользуемся кругами Эйлера. Внутри прямоугольника, изображающего всех учеников класса, поместим три меньших круга М, Р и И, изображающих учеников, имеющих «тройки» по математике, по русскому языку и по истории соответственно.



Расставим, согласно условию задач, числа в соответствующих частях. Дальнейшие расчеты не представляют труда. Так как число ребят, имеющих «тройки» по математике и истории, равно 7, то число учеников, имеющих только две «тройки» - по математике и по истории, равно $7 - 5 = 2$. Тогда $17 - 4 - 5 - 2 = 6$ учеников имеют только две «тройки» - по математике и по русскому языку, а $22 - 5 - 2 - 11 = 4$ ученика только две «тройки» - по истории и по русскому

языку. В этом случае без «троек» учится $40 - 22 - 4 - 6 - 4 = 4$.

4. Двое по очереди ломают шоколадку 6×8 . За ход разрешается сделать прямолинейный разлом любого из кусков вдоль углубления. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто выиграет при правильной игре?

Решение: Основное соображение: после каждого хода количество кусков увеличивается равно на 1. Сначала был один кусок. В конце игры, когда нельзя сделать ни одного хода, шоколадка разломана на маленькие дольки. А их 48! Таким образом, игра будет продолжаться ровно 47 ходов. Последний, 47-й ход (так же, как и все другие ходы с нечетными номерами) сделает первый игрок. Поэтому он в этой игре побеждает, причем независимо от того, как будет играть.

5. В конференции участвовало 100 человек – химики и алхимики. Каждому был задан вопрос: «Если не считать Вас, то кого больше среди остальных участников – химиков или алхимиков?». Когда опросили 51 участника, и все ответили, что алхимиков больше, опрос прервался. Алхимики всегда лгут, а химики всегда говорят правду. Сколько химиков среди участников?

Решение: 50 химиков и 50 алхимиков. Решение. Все химики должны ответить одинаково, и все алхимики – тоже. Если больше химиков, то химики так и скажут, но среди 51 опрошенных обязан найтись химик; противоречие. Если же больше алхимиков, то все они соврут, т.е. скажут, что больше химиков, и опять-таки среди 51 опрошенных хотя бы один – алхимик. Отсюда ответ.