

Олимпиада по математике для 5 класса

12 апреля 2014 год

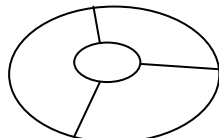
1. На острове Буяне находятся четыре королевства, причем каждое граничит с тремя остальными. Нарисуйте карту острова так, как вы ее представляете. (3 балла)
2. На каждой кочке в маленьком болотце сидит не меньше чем 3 лягушки, а всего лягушек 145. Докажите, что число кочек на этом болотце не может равняться 55 (4 балла).
3. У Кенгуру насморк. Он пользуется платками размером 25×25 см. За 8 дней он израсходовал 3 м^2 ткани. Сколько платков в день тратил Кенгуру? (4 балла)
4. Олег, Игорь и Аня учатся в 6 классе. Среди них есть лучший математик, лучший художник и лучший шахматист. Известно, что
 - 1) лучший художник не нарисовал свой портрет, но нарисовал портрет Игоря;
 - 2) Аня никогда не проигрывала мальчишкам в шахматы.Кто из них лучший математик, кто – лучший шахматист, кто – лучший художник? (5 баллов)
5. Расшифруйте пример (5 баллов)

$$\begin{array}{r} \text{Б} \quad \text{Б} \\ + \quad \text{А} \\ \hline \text{А} \\ \hline \text{С} \quad \text{С} \quad \text{С} \end{array}$$

6. Когда у рыбака спросили, как велика пойманная им щука, он ответил: «Я думаю, что хвост ее - 1 кг, голова - столько, сколько хвост и половина туловища, а туловище – столько, сколько голова и хвост вместе». Сколько весит щука? (7 баллов)
7. Вычислите
$$\frac{2014 - 2013 + 2012 - 2011 + \dots + 4 - 3 + 2 - 1}{2014 \cdot 73 + 2014 \cdot 27}$$
 (7 баллов)

№1. На острове Буяне находятся четыре королевства, причем каждое граничит с тремя остальными. Нарисуйте карту острова так, как вы ее представляете. (3 балла)

Решение.



№2. На каждой кочке в маленьком болотце сидит не меньше чем 3 лягушки, а всего лягушек 145. Докажите, что число кочек на этом болотце не может равняться 55.

Решение. В данной задаче требуется доказать отрицательное утверждение: «Неверно, что число кочек на болотце равно 55», поэтому удобно использовать метод рассуждения приведением к нелепости. Допустим, что число кочек на болотце равно 55. Поскольку число лягушек на каждой кочке не меньше 3, то число лягушек на 55 кочках не меньше 165 ($3 \cdot 55 = 165$). По условию число лягушек на болотце равно 145, т.е. меньше 165. Получили противоречие. Следовательно, допущение неверно, а значит, на болотце не может быть 55 кочек.

Заметим, что эту же задачу можно решить и другим способом. Найдем максимальное число кочек на болотце. Для этого разделим 145 на 3 с остатком. Получим, что неполное частное равно 48. Значит, максимальное количество кочек на болотце — 48, но 55 больше 48. **Следовательно, на болотце не может быть 55 кочек.**

№3. У Кенгуру насморк. Он пользуется платками размером 25×25 см. за 8 дней он израсходовал 3 м^2 ткани. Сколько платков в день тратил Кенгуру? (4 балла)

Решение (один из способов)

$$3 \text{ м}^2 = 30000 \text{ см}^2$$

$$30000 : 8 = 3750 \text{ см}^2 - \text{израсходовал ткани на платки за 1 день}$$

$$25 \times 25 = 625 \text{ см}^2 - \text{площадь одного платка}$$

$$3750 : 625 = 6 \text{ (платков)} - \text{в день использовал Кенгуру}$$

Ответ: 6 платков в день

№4. Олег, Игорь и Аня учатся в 6 классе. Среди них есть лучший математик, лучший художник и лучший шахматист. Известно, что

- 1) лучший художник не нарисовал свой портрет, но нарисовал портрет Игоря;
- 2) Аня никогда не проигрывала мальчикам в шахматы.

Кто из них лучший математик, кто – лучший шахматист, кто – лучший художник? (5 баллов)

Ответ:

	математик	Художник	шахматист
Олег	-	+	-
Игорь	+	-	-
Аня	-	-	+

Аня – шахматист, Игорь – математик, Олег - художник

№5. Расшифруйте пример (5 баллов)

$$\begin{array}{r} \text{Б} \quad \text{Б} \\ + \quad \text{А} \\ \text{А} \\ \hline \text{С} \quad \text{С} \quad \text{С} \end{array}$$

Решение. С = 1, Б = 9, А = 6

№6. Когда у рыбака спросили, как велика пойманная им щука, он ответил: «Я думаю, что хвост ее - 1 кг, голова - столько, сколько хвост и половина туловища, а туловище – столько, сколько голова и хвост вместе». Сколько весит щука? (6 баллов)

Решение (один из способов). Пусть 2х кг весит туловище щуки, тогда голова будет весить (х+1) кг. Из условия, что туловище весит столько же, сколько голова и хвост, получаем уравнение

$$2x = (x+1) + 1$$

Х=2 **ответ: щука весит 8 кг.**

№7. Вычислите

$$\frac{2014 - 2013 + 2012 - 2011 + 2010 - 2009 + 2008 - 2007 + \dots + 4 - 3 + 2 - 1}{2014 \times 73 + 2014 \times 27} \quad (6 \text{ баллов})$$

Решение.

$$\frac{1+1+1+\dots+1}{2014 \times 100} = \frac{1007}{2014 \times 100} = \frac{1}{200}$$