

Задача 1

Имеется 67 гирь 1 г, 2 г, 3 г, ...67 г. Можно ли разложить их на 3 равные по массе группы?

Поиски решения: необходимо установить возможность делимости на 3 суммарной массы всех гирь.

Решение: $1+2+\dots+67=(1+67)*67:2=34*67$. Так как 34 и 67 не делятся на 3 без остатка, то разложить на равные по массе группы нельзя.

Задача 2

*По тропинке вдоль кустов
Шло одиннадцать хвостов,
Насчитать я также смог
Что шагало тридцать ног.
Это вместе шли куда-то
Индюки и жеребята.
А теперь вопрос таков:
Сколько было индюков?*

*Спросим также у ребят:
Сколько было жеребят?*

Поиски решения

Решение Если бы все были индюки, то ног было бы $2*11=22$. Всего же ног было 30, что на 8 ($30-22=8$) больше, так как были не только индюки, но и жеребята. Жеребенок имеет на 2 ноги больше, чем индюк, значит жеребят было $8:2=4$.

Задача 3

На кольцевой дорожке длиной 660 м проводится эстафета, длина каждого этапа которой 150 м. Старт и финиш находятся в одном и том же месте. Какое наименьшее число этапов может быть в этой эстафете?

Поиски решения:

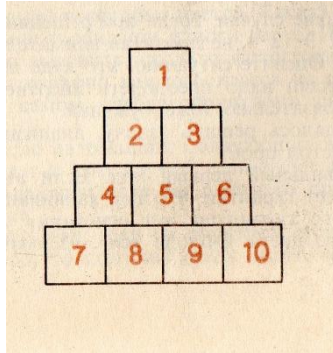
Если бы длина дорожки делилась нацело на длину этапа, то можно было бы найти число этапов. Чем же должно быть это число для чисел 660 и 150, чтобы воспользоваться им?

Решение:

Поскольку число 660 не делится без остатка на 150, то найдем НОК(660, 150):
 $660=2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$, $150=2 \cdot 3 \cdot 5^2$, $\text{НОК}(660, 150)=660 \cdot 5=3300$. Значит, наименьшее число этапов в эстафете $3300:150=22$

Задача 4

Переложите кубики, сложенные пирамидой, так, чтобы форма пирамиды осталась прежней, но каждый кубик соприкасался только с

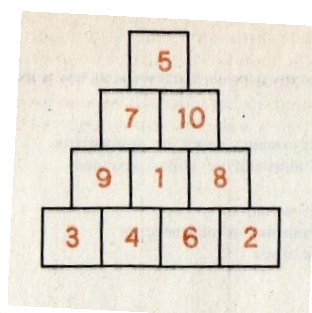


новыми кубиками.

Поиски решения

Замечаем, что кубики с числами 5 и 1 занимают «особые» положения. Попробуем их поменять местами. Тогда надо поменять местами, например, кубики с числами 2 и 3 с кубиками 7 и 10. Затем расставим кубики с оставшимися числами.

Решение



Кубики можно расположить так

Второй тур

Задача 5

У Змея Горыныча 2000 голов. Сказочный богатырь может отрубить ему одним ударом мяча 33, 21, 17 или 1 голову, но при этом у Змея вырастает в замену соответственно 48, 0, 14, 349 голов. Если отрублены все головы, то новые не вырастают. Может ли богатырь победить Змея? Как ему надо действовать?

Поиски решения

Надо, конечно, действовать так, чтобы победить с наименьшими затратами. Не советуйте богатырю рубить 1 голову – вырастет 349. Если срубить 21 голову – не вырастет ни одной. Это соблазнительно, но будьте осторожны. Замахнувшись 95 раз рубить по 21 голове, останется после этого... Подумаем: сколько же раз надо рубить по 21 голове? Затем: как же рубить оставшиеся 26 голов?

Решение

$2000 = 94 * 21 + 26$. $26 - 3 * 3 = 17$, 17 срубить последним ударом

Задача 6.

Шифр замка-автомата – семизначное число, три первые цифры которого одинаковы, остальные четыре цифры также одинаковы. Сумма всех цифр этого числа – число двузначное, первая цифра которого совпадает с первой цифрой шифра, а последняя – с последней. Найдите этот шифр.

Поиски решения

Достаточно записать семизначное число $aaavvvv$ и исследовать.

Решение

По условию $3a + 4v = 10a + v$, тогда $7a = 3v$. Так как a и v цифры, то $a = 3$ и $v = 7$. Значит, шифр 3337777.

Задача 7.

Когда трехзначное число, две крайние цифры (левые) которого одинаковы, а правая 5, разделили на однозначное число, то в остатке получили 8. Найдите делимое, делитель и частное.

Поиски решения

Начнем поиски делителя, так как известен остаток. Делитель – число однозначное. Далее выясняем вид делимого (последняя цифра делимого 5). Зная признак делимости на 9, можно найти неизвестные цифры делимого.

Решение

Поскольку остаток 8 и делитель число однозначное, то он равен 9. Остаток при делении числа $aa5$ на 9 такой же, как при делении на 9 суммы цифр этого числа, поэтому $2a=3$ или $2a=12$, тогда $a=6$. Делимое 665, делитель 9, частное 73 ($665=73 \cdot 9 + 8$)